أهم فقرات الدرس

المتجهـــات + الإزاحة

مادة الرياضيات 2AC

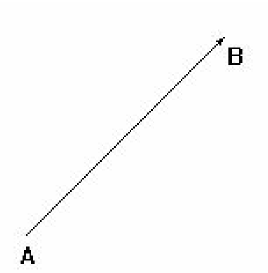
I _ تعاريف :

1) – المتجهة و عناصرها :

أ) -- تعريف متجهة :

كل نقطتين مختلفتين A و B في المستوى تحددان متجهة غير منعدمة يرمز لها بالرمز : $\overrightarrow{AB}$.

ب) -- مثال :



A و B نقطتان مختلفتان في المستوى .

نسمي الشكل جانبه متجهة و يرمز لها بالرمز : $\overrightarrow{AB}$.

ج) - عناصر متجهة :

نعتبر المتجهة $\overrightarrow{AB}$ في الشكل أعلاه .

* / نسمي النقطة A أصل المتجهة $\overrightarrow{AB}$.
* / نسمي المستقيم (AB) إتجاه المتجهة $\overrightarrow{AB}$.
* / نسمي من A نحو B منحى المتجهة $\overrightarrow{AB}$.
* / نسمي المسافة AB معيار أو منظم المتجهة $\overrightarrow{AB}$.

2) – المتجهة المنعدمة :

كل نقطة A في المستوى تحدد متجهة تسمى متجهة منعدمة و يرمز لها بالرمز $\overrightarrow{AA}$ أو $\overrightarrow{O}$

و نكتب : $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{O}$

3) – تساوي متجهتين :

أ) -- مثال :

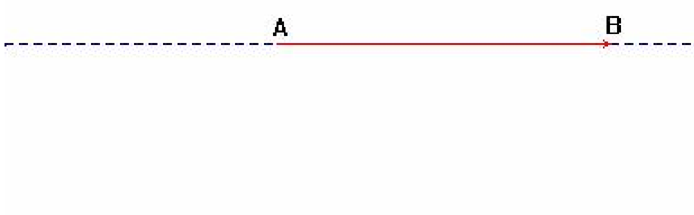
A و B و E ثلاث نقط مختلفة غير مستقيمية .

لننشئ النقطة F بحيث يكون لدينا :

-- $(AB) // (EF)$.

-- F و B تقعان من نفس الجهة بالنسبة للنقطتين E و A .

-- $AB = EF$.



نعتبر المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{EF}$

لدينا :

1) – $(AB) // (EF)$.

نقول إذن : المتجهتان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{EF}$ لهما نفي الاتجاه .

2) – المنحى من A نحو B هو نفس المنحى من E نحو F .

نقول إذن : المتجهتان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{EF}$ لهما نفس المنحى .

3) – $AB = EF$.

نقول إذن : المتجهتان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{EF}$ لهما نفي المعيار (أي المنظم) .

وبالتالي نقول أن المتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{EF}$ متساويتان

و نكتب : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$

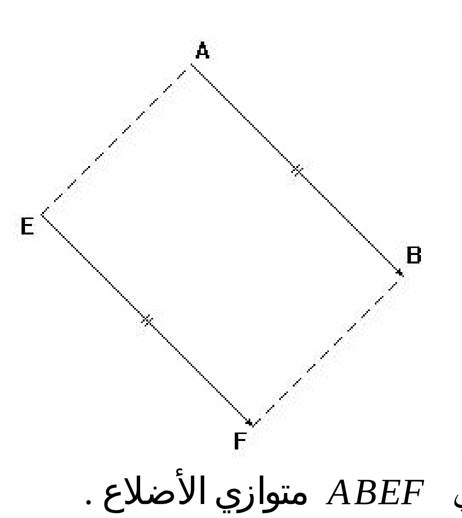
ب) -- تعريف :

تكون متجهتان متساويتين إذا كان لهما :
-- نفس الاتجاه .
-- نفس المنحى .
-- نفس المعيار (أي المنظم) .

ج) -- خاصية :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و E نقطة خارج المستقيم (AB) .

1) – لننشئ النقطة F بحيث يكون لدينا : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$.



2) – لنبين أن الرباعي $ABEF$ متوازي الأضلاع .

لدينا :

إذن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{EF}$: $\left.\begin{array}{l} AB=EF \\ (AB)//(EF) \end{array}\right\}$ و منه فإن الرباعي $ABEF$ متوازي الأضلاع .

نقول إذن :

A و B و C و D أربع نقط من المستوى .
-- $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ يعني أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع .
-- $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ يعني أن $[AC]$ و $[BD]$ لهما نفس المنتصف .

II _ مجموع متجهتين :

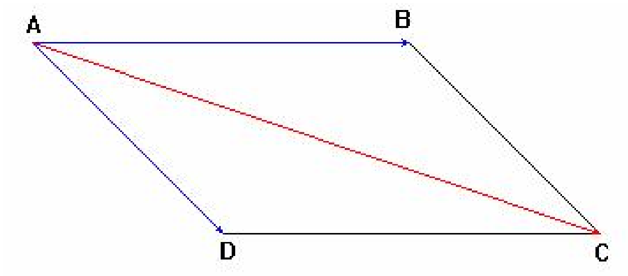
1) – مجموع متجهتين :

أ) -- قاعدة :

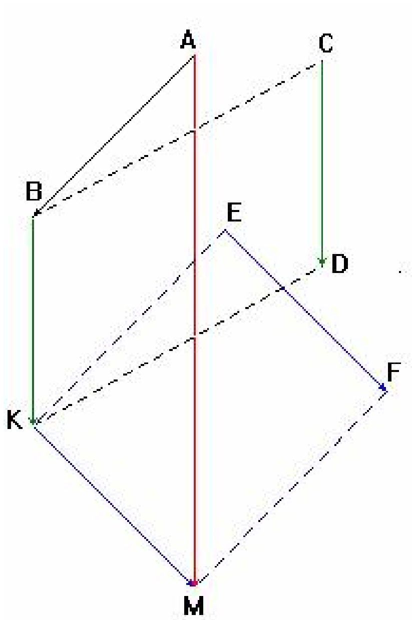
إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع فإن : $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

ب) -- مثل :

نعتبر $ABCD$ متوازي الأضلاع .



لدينا : $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$



2) – مجموع عدة متجهات :

$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{EF}$ متجهات غير منعدمة .

لنشئ النقطة M بحيث : $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EF}$.

من أجل هذا ننشئ المتجهة $\overrightarrow{BK}$ بحيث : $\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{CD}$

أي $BKDC$ متوازي الأضلاع .

ثم المتجهة $\overrightarrow{KM}$ بحيث : $\overrightarrow{KM}=\overrightarrow{EF}$

أي $KMFE$ متوازي الأضلاع .

3) – كتابة مجموع عدة متجهات :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة .

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB}+........+\overrightarrow{AB}=n\overrightarrow{AB}$

4) – علاقة شـال :

إذا كانت A و B و C ثلاث نقط من المستوى فإن :
$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

* / تمرين تطبيقي :

بسط ما يلي :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA}$ و $2\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EB}$

الحـل :

1) – لدينا :

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} \\
&= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} \\
&= \overrightarrow{AA} \\
&= \vec{O}
\end{aligned}$$

2) – لدينا :

$$\begin{aligned}
2\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{EB} &= 2\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BA} \\
&= 2AE + \overrightarrow{EA} \\
&= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EA} \\
&= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AA} \\
&= \overrightarrow{AE} + \vec{O} \\
&= \overrightarrow{AE}
\end{aligned}$$

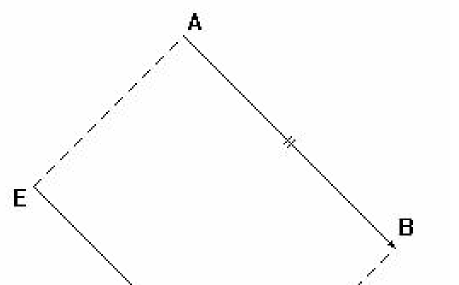
4) – مقابل متجهة :

مقابل متجهة $\overrightarrow{AB}$ هو المتجهة $-\overrightarrow{AB}$ و يكتب $\overrightarrow{BA}$
إذن : $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$.

III _ الإزاحـة :

1) – مثل :

A و B و E نقط غير مستقيمية .



لننشئ النقطة F بحيث : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$.

لدينا :

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$ يعني أن : $ABFE$ متوازي الأضلاع .

سنسمي F صورة E بالإزاحة التي تحول A إلى B

أو بالإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AB}$.

2)– قاعدة :

$\overrightarrow{AB}$ متجهة غير منعدمة و M نقطة في المستوى.
M' صورة M بالإزاحة التي تحول A إلى B يعني أن : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MM'}$

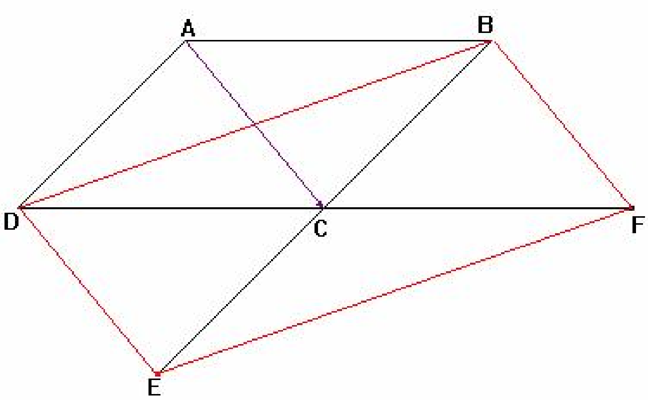
* / تمرين تطبيقي :

$ABCD$ متوازي الأضلاع .
نعتبر t الإزاحة التي تحول A إلى C .
1) – أنشئ E و F صورتي D و B على التوالي بالإزاحة t .
2) – أثبت أن الرباعي $DEFB$ متوازي الأضلاع .

الحل :

1) – الشكل :

لدينا : E صورة D بالإزاحة t يعني أن :
$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DE}$ أي أن الرباعي $ACED$.
و لدينا : F صورة B بالإزاحة t يعني أن :
$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BF}$ أي أن الرباعي $ACFB$



2) – لنبين أن الرباعي $BDEF$ متوازي الأضلاع

نعلم أن : $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DE}\\ \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BF}\end{array}\right\}$

إذن : $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BF}$ و منه فإن الرباعي $DEFB$ متوازي الأضلاع .