تحويلات اعتيادية
تمارين وحلول

تمرين1

ليكن ABC مثلثا، و I منتصف $[BC]$، و D و E نقطتين حيث $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AI}$ و $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AI}$

و لتكن t الإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AI}$

1- أنشئ الشكل

2- بين أن D و E صورتي B و C بالإزاحة t على التوالي.

3- لتكن J تقاطع نقطة تقاطع المستقيمين (AI) و (DE). أثبت أن $t(I)=J$

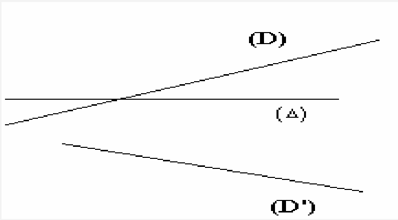
4- نعتبر التحاكي h ذا المركز A و النسبة $\frac{1}{2}$، و النقطة D' صورة D بـ h.

أ- بين أن $h(J)=I$

ب- أثبت أن D' منتصف $[BI]$

تمرين2

نعتبر الشكل



أنشئ نقطة A من (D) و B من (D') حيث $S_{(\Delta)}(A)=B$

علل جوابك

تمرين3

ABC مثلث و $M\in(BC)$ حيث $M\neq C$ $M\neq B$

1- أنشئ المستقيم (Δ) الموازي لـ (BC) و المار من A

2- الموازي لـ (AB) المار من M يقطع (Δ) في D و الموازي لـ (AC) المار من M يقطع (Δ) في E

حدد صورة كل من (CA) و (CM) بالتماثل المركزي S_I حيث I منتصف $[AM]$

استنتج $S_I(C)$

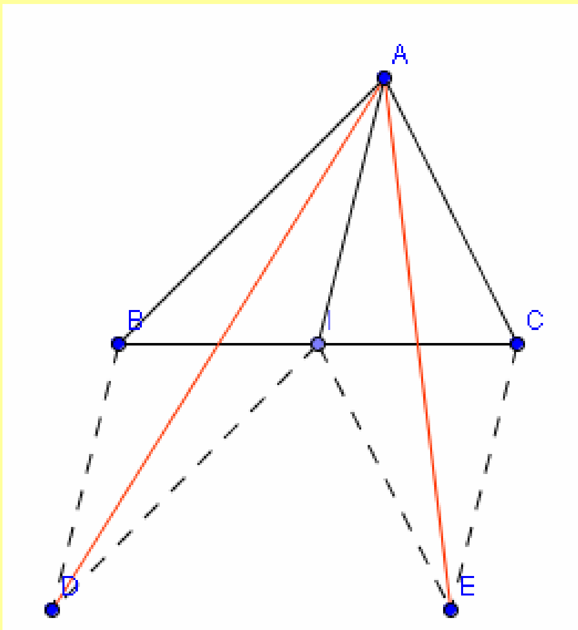
حلول

حل تمرين1

ABC مثلث و I منتصف $[BC]$، و D و E نقطتين حيث $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AI}$ و $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AI}$

t الإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AI}$

1- الشكل



-2 نبين أن D و E صورتي B و C بالإزاحة t على التوالي.

t الإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AI}$

لدينا $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AI}$ و منه $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AI}$ و بالتالي $t(B)=D$

لدينا $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AI}$ و منه $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AI}$ و بالتالي $t(C)=E$

-3 نثبت أن $t(I)=J$

J تقاطع نقطة تقاطع المستقيمين (AI) و (DE).

لدينا t الإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AI}$ ومنه $t[(AI)]=(AI)$

لدينا $t(B)=D$ و $t(C)=E$ و منه $t[(BC)]=(DE)$

و بالتالي $t[(BC)\cap(AI)]=(DE)\cap(AI)$ إذن $t(I)=J$

-4 أ- نبين أن $h(J)=I$

h تحاك مركزه A و النسبة $\frac{1}{2}$ ،

لدينا $t(I)=J$ ومنه $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{AI}$ و منه $\overrightarrow{AJ}-\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AI}$ و بالتالي $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AJ}$

إذن $h(J)=I$

ب- نثبت أن D' منتصف $[BI]$

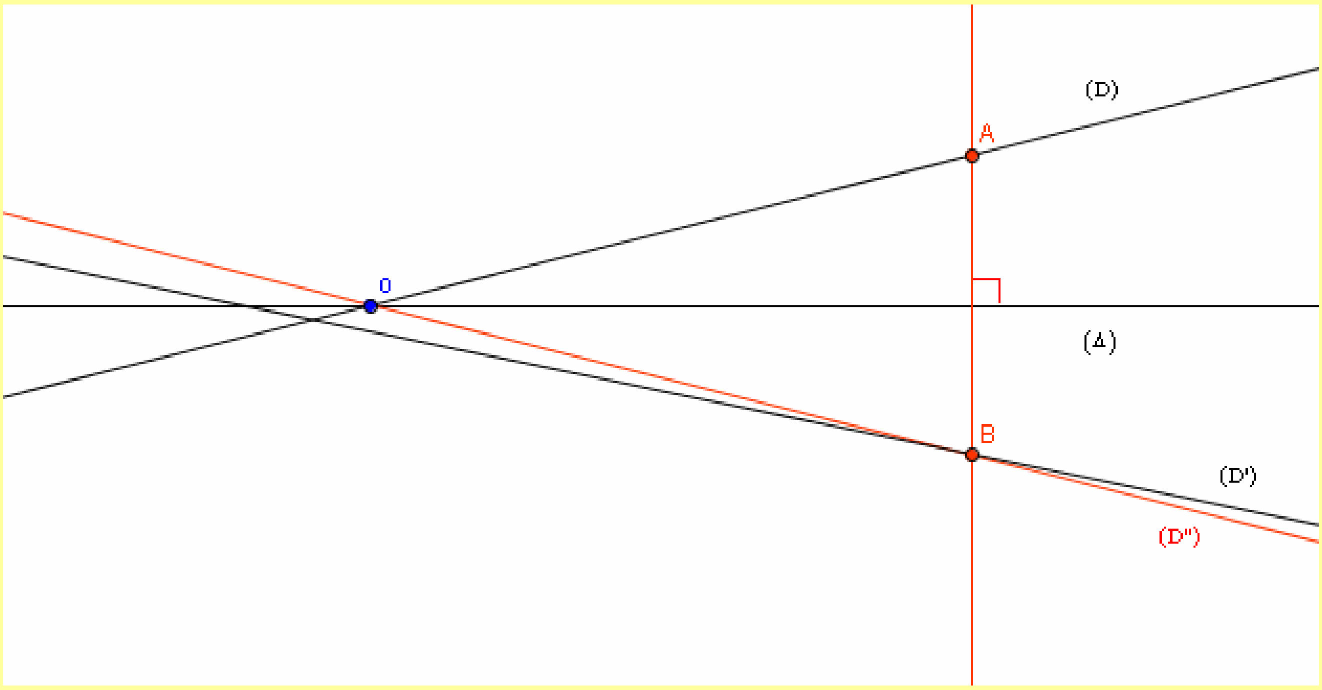
$h(D)=D'$ و منه $\overrightarrow{AD'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ و حيث $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AI}$ فان $\overrightarrow{AD'}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AI})$

إذن D' منتصف $[BI]$

حل تمرين2

نعتبر الشكل

انشاء A من (D) و B من (D') حيث $S_{(\Delta)}(A)=B$



$S_{(\Delta)}(A)=B$ و A من (D) ومنه $B\in S_{\Delta}((D))=(D")$ و حيث B من (D') فان $(D')\cap(D")=\{B\}$

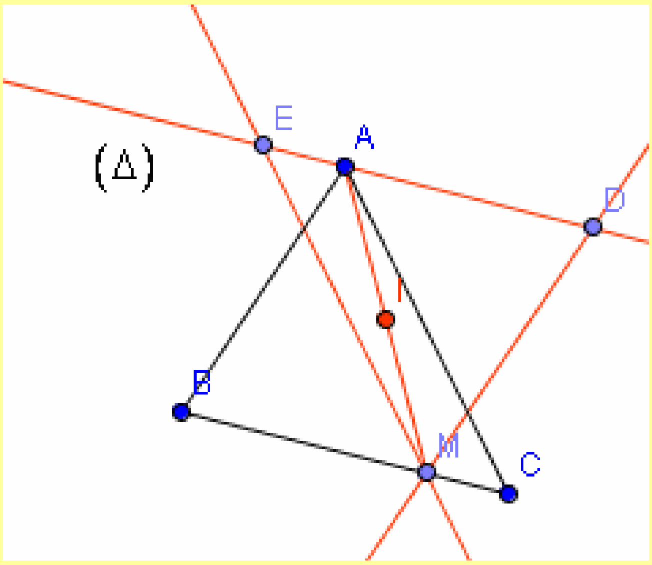
النقطة A هي تقاطع (D) و العمودي على (Δ) المار من B

لانشاء الشكل ننشئ $(D")$ ثم B تقاطع (D') و $(D")$ وبعذلك ننشئ A

حل تمرين3

ABC مثلث و $M \in (BC)$ حيث $M \neq C$ $M \neq B$

-1 ننشئ المستقيم (Δ) الموازي لـ (BC) و المار من A



-2 الموازي لـ (AB) المار من M يقطع (Δ) في D و الموازي لـ (AC) المار من M يقطع (Δ) في E

نحدد صورة كل من (CA) و (CM) بالتماثل المركزي S_I

لدينا I منتصف $[AM]$ ومنه $S_I(A) = M$ و بالتالي $S_I((AC))$ هو المستقيم المار من M و الموازي للمستقيم (CA) و حيث $(CA)//(EM)$ فان $S_I((AC)) = (EM)$

لدينا $S_I(M) = A$ ومنه $S_I((CM))$ هو المستقيم المار من A و الموازي للمستقيم (CM)

وحيث $(CM)//(\Delta)$ و $A \in (\Delta)$ فان $S_I((CM)) = (\Delta)$

نستنتج $S_I(C)$

$$S_I((AC)\cap(CM)) = S_I((AC))\cap S_I((CM)) = (EM)\cap(\Delta)$$

و حيث أن $(EM)\cap(\Delta) = \{E\}$ و $(AC)\cap(CM) = \{C\}$ فان $S_I(C) = E$

تمارين

تمرين1

أنشئ A_1 و B_1 صورتي A و B بتحاك نسبته $\frac{2}{3}$

أنشئ A' و B' صورتي A_1 و B_1 بتحاك نسبته $\frac{-1}{4}$

أنشئ A'' و B'' صورتي A_1 و B_1 بتحاك نسبته $\frac{3}{2}$

حدد طبيعة التحويل الذي يحول A و B الى A' و B' على التوالي

حدد طبيعة التحويل الذي يحول A و B الى A'' و B'' على التوالي

تمرين2

ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع و I و J نقطتين معرفتين بـ $\overrightarrow{CI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$; $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{DC}$

-1 أنشئ الشكل

-2 بين أن (BJ) صورة (AI) بالإزاحة $t_{\overrightarrow{AB}}$

3- نعتبر التحاكي h ذا المركز I و الذي يحاول B إلى C

a. بين أن $h\left((AB)\right)=(CD)$

b. أثبت أن بسبة h هي العدد2-

4- لتكن K نقطة حيث $\overrightarrow{KI}=2\overrightarrow{AB}$

أ- بين أن $h(J)=K$

ب- أثبت أن $AI=\frac{1}{2}CK$

تمرين3

نعتبر (C) دائرة مركزها Ω و شعاعها 4 و A نقطة من (C)

1- أ) حدد ثم أنشئ (C') صورة (C) بالتحاكي h الذي مركزه Ω ونسبته $\frac{3}{2}$.

ب) استنتج انشاء النقطة Q صورة A بالتحاكي h

2- نعتبر نقطة B من (C) بحيث A و Ω و B غير مستقيمية

المستقيم المار من Q و الموازي للمستقيم (AB) يقطع (C') في R.

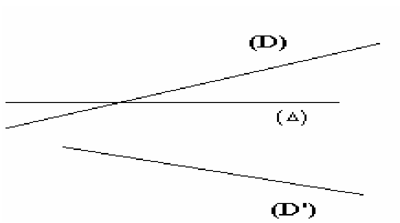
أثبت أن A و Ω و R مستقيمية

تمرين4

ليكن A و B نقطتين مختلفين. نعتبر T تحويل يربط M بـ M' حيث $\overrightarrow{MM'}=2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$
حدد طبيعة T و عناصرها المميزة.

تمرين5

نعتبر الشكل



أوجد نقطة A من (D) و B من (D') حيث $S_{(\Delta)}(A)=B$

تمرين6

ABC مثلث و $M\in(BC)$ حيث $M\neq C$ $M\neq B$

5- أنشئ المستقيم (Δ) الموازي لـ (BC) و المار من A

6- الموازي لـ (AB) المار من M يقطع (Δ) في D و الموازي لـ (AC) المار من M يقطع (Δ) في E

حدد صورة كل من (CA) و (CM) بالتماثل المركزي S_I حيث I منتصف $[AM]$ استنتج $S_I(C)$

تمرين7

ABC مثلث محاط بدائرة (C) مركزها O و أحد أقطارها $[AD]$. لتكن I منتصف $[BC]$ و B' و C' صورتي B و C بالتحاكي $h(A;2)$. النقطة H المسقط العمودي لـ D على المستقيم $(B'C')$

1- أنشئ الشكل

2- بين أن H منتصف $[B'C']$

3- بين أن $h(I)=H$ ثم استنتج أن A و I و H مستقيمية

تمرين8

لتكن (C) دائرة مركزها O وشعاعها R و M نقطة من (C) و A و B و N نقط حيث $AMBN$ متوازي الأضلاع. ما هو المحل الهندسي للنقطة N عندما تتغير النقطة M على (C)

(يمكن اعتبار التماثل المركزي S_I حيث I مركز $AMBN$)

تمرين9

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$. نعتبر h تحاك مركزه $\Omega(-2;1)$ نسبته $\frac{-3}{2}$ و

t ازاحة متجهته $\vec{u}(1;3)$ و $(D):-2x+y-3=0$ و $(\Delta):-x-y+1=0$

ليكن T تحويل معرف بالصيغة التحليلية $\begin{cases} x' = -3x + 2 \\ y' = -3y - 4 \end{cases}$

1- حدد صيغ تحويلية لتحويلات h و t و $S_{(\Delta)}$

2- حدد صورة المستقيم (D) بكل من ا لتحويلات h و t و $S_{(\Delta)}$

3- أ- بين أن T تحاك وحدد عناصره المميزة.

ب- حدد صورة الدائرة $C(\Omega;2)$ بالتحويل T