

تمارين حول الحساب المتجهي

تمرين 1

ليكن ABC مثلثا و I و J و K نقاطا حيث $\overrightarrow{BI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$; $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$

1- أنشئ الشكل

2- بين أن $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

3- بين أن النقط I و J و K مستقيمية

تمرين 2

ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع مركزه النقطة O . نعتبر I و J نقطتين حيث $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DA}$ و $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

1- أنشئ الشكل

2- بين أن $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

3- بين أن النقط O و I و J مستقيمية

4- لتكن K نقطة حيث $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

أ- بين أن $AJKD$ متوازي الأضلاع

ب- استنتج أن النقط K و C و D مستقيمية

تمرين 3

ليكن ABC مثلثا و E و F نقطتين حيث $\overrightarrow{AE} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CF} = \frac{-1}{3}\overrightarrow{CA}$

$$\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{ME} = \vec{0}$$

1- بين أن مهما كانت M من المستوى

2- بين أن $(BC) \parallel (EF)$

تمرين 4

ليكن A و B و C نقطا من المستوى و A' و B' و C' مماثلات A و B و C بالنسبة لنقطة I على التوالي

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'} = 2\overrightarrow{AA'}$$

تمرين 5

ليكن ABC مثلثا و D نقطة حيث $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$ و E نقطة تقاطع المستقيمين (AD) و (BC)

1- أنشئ الشكل

2- أكتب \overrightarrow{AD} بدلالة \overrightarrow{AE} و \overrightarrow{BE} و \overrightarrow{BC}

3- بين أن $\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AE}$; $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$

تمرين 6

ليكن ABC مثلث و G و D نقطتين حيث $\overrightarrow{AD} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{3AG} = 4\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$

1- أنشئ الشكل

2- بين أن D و C و G مستقيمية

تمرين 7

ليكن α و β عددين حقيقيين حيث $\alpha + \beta \neq 0$

نقول ان G مرجح $(A; \alpha)$ و $(B; \beta)$ اذا وفقط اذا كان لكل نقطة M من المستوى

$$(\alpha + \beta)\overrightarrow{MG} = \alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB}$$

ليكن ABC مثلثا و B مرجح $(A; -2)$ و $(C; 1)$ ثم A' مرجح $(A; 2)$ و $(B; -3)$ و C' مرجح $(C; -1)$

و (B;3)

1- أنشئ الشكل

2- بين مهما كانت M من المستوى $-\overline{MA'} - \overline{MB'} + 2\overline{MC'} = \vec{0}$

3- استنتج أن النقط A' و B' و C' مستقيمية.

تمرين 8

ليكن ABC مثلثا و A' و B' و C' منتصفات الأضلاع $[BC]$ و $[AC]$ و $[AB]$ على التوالي.

1- بين أن $\overline{AA'} + \overline{BB'} + \overline{CC'} = \vec{0}$

2- لتكن E نقطة من المستوى.

نعتبر النقطتين F و G حيث $\overline{EF} = \overline{CC'}$ و $\overline{EG} = -\overline{BB'}$ و I منتصف $[FG]$

بين أن المتجهتين \overline{EI} و \overline{CB} مستقيمان

تمرين 9

ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع . نعتبر I و J نقطتين حيث $\overline{DJ} = 2\overline{AD}$ و $\overline{AI} = \frac{3}{2}\overline{AB}$

1- أنشئ الشكل

2- بين أن $\overline{CJ} = 2\overline{AD} - \overline{DC}$ و $\overline{CI} = \frac{1}{2}\overline{AB} - \overline{BC}$

3- بين أن النقط C و I و J مستقيمية.

4- ليكن E منتصف $[DJ]$ و F نقطة حيث $\overline{AB} = \overline{BF}$

أ- بين أن C منتصف $[EF]$

ب- بين أن (EF) و (BD) متوازيان