تمارين في المنطق

تمرين1

لتكن p و q و r عبارات

هل العبارات التالية قوانين منطقية

$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\overline{p} \vee q)$

$\overline{(p \Leftrightarrow q)} \Leftrightarrow (\overline{\overline{p}} \Leftrightarrow q)$

$[p \Rightarrow q \vee \overline{r}] \Leftrightarrow (q \vee (p \Rightarrow r))$

تمرين2

أوجد العبارات النافية للعبارات التالية

$\forall x \in E \quad p(x) \vee \overline{q(x)}$

$\exists x \in E \quad p(x) \wedge q(x)$

$\exists x \in E \quad p(x) \Rightarrow \overline{q(x)}$

$\forall x \in \mathbb{R} \quad x^2 - |x| + 2 \geq 0 \quad \wedge \quad x \in]-2;2[$

تمرين3

ليكن $a \in \mathbb{R}_+^*$

باستعمال الاستدلال بالتكافؤات المتتالية بين أن $a + \frac{1}{a} \geq 2$

تمرين4

1- بين أن

$\forall (a;b) \in \mathbb{R}^2 \quad a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0 \quad \wedge \quad b = 0$

2- حل في $\mathbb{R}^2$ المعادلة $2\sqrt{x-1} + 4\sqrt{y-4} = x + y$

تمرين5

لتكن x و y و z أعداد حقيقية

بين أن $x + y \succ 2z \Rightarrow (x \succ z \quad \vee \quad y \succ z)$

تمرين6

بين أن $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$

تمرين7

ليكن $n \in \mathbb{N}^*$. نعتبر $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3$

بين بالترجع $S_n = \frac{n^2 (n+1)^2}{4}$

تمرين8

ليكن $a \in \mathbb{R}_+^*$

بين بالترجع $\forall n \in \mathbb{N} \quad (1+a)^n \geq 1 + na$

تمرين9

ليكن $n \in \mathbb{N}^*$

1- بين أن $3^{2n} - 2^n$ تقبل القسمة على 7

2- بين أن $3^{2n} + 2^{6n-5}$ قابل للقسمة على 11

3- بين أن $4^n + 6n - 1$ تقبل القسمة على 9